

第2学年4組 数学科指導案

日 時 平成30年11月7日(水) 5校時
場 所 2年4組
生 徒 男子15名 女子13名
指導者 大沼 建

1 単元名 図形の調べ方

2 単元目標

- (1) 観察、操作や実験を通して平行線や角の性質を見だし、確かめようとする。
(関心・意欲・態度)
- (2) 多角形の内角の和、外角の和の性質などを既知のことに帰着して論理的に考察することができる。
(数学的な見方や考え方)
- (3) 対頂角、平行線の同位角や錯覚の性質を用いて角の大きさを求めることができる。
(数量や図形についての技能)
- (4) 多角形の内角と外角の意味及び多角形の角の性質を理解している。
(数量や図形についての知識・理解)

3 題材について

本単元は、平面図形に対する基礎的な概念や性質についての理解を深めることに加え、直観力や洞察力の伸長と論理的な思考力、表現力の育成をめざし設定されている。特に、論理的な思考力、表現力として「演繹的に推論し、その過程を表現する力」の育成を重視し学習を進めていくことになる。

小学校や中学校1年生において自然な形で経験してきた演繹的な推論を、中学校2年生では、意識して行えるようにしていく。まず数と式領域で「文字式を使った説明」として学習するが、ここでの学習は、目的に合わせた式表現や、式で表現されたものを理解する力が大きく影響するため、演繹的な推論の意味やそのよさの理解までは至らない場合も多い。その後、本単元で、再び「演繹的な推論」を学習するが、図形領域の方が推論の過程が図形によって視覚的に捉えやすいこと、根拠となる性質が体系的に整理されており、探しやすいことなどが「演繹的な推論」の理解に適していると考えられる。本単元における学習では、演繹的な推論の意味とその進め方に対する理解を深めるとともに、演繹的な推論を活用する力を育成することが求められている。

4 生徒について(男子15名、女子13名、計28名)

学級の生徒の実態として、男子は元気で反応が良く、授業の中でも挙手発言を一生懸命する子が多い。女子は挙手発言に消極的な生徒が多いが、真面目に取り組むことができる。数学の問題に積極的に取り組むことができる生徒は多いが、苦手意識を持っており課題解決に1人で取り組むことが難しい生徒が男子に4名、女子に2名いる。その生徒に対しては、机間指導の際に個

別に指導することやペアやグループで相談する時間をとることで、最後まで考えることをやめな
いように支援していきたい。上位の生徒には、選択問題の難易度を提示することで意欲を引き出
し、積極的に難しい問題にチャレンジさせたい。

また、レディネステストの結果は下記の通りである。錯角、同位角の意味や見つけ方や多角形の
内角、外角についての性質が定着していない生徒が多くいる。問題を解く前に図形の性質を確認
したり、黒板に図形の性質をまとめた紙を貼っておくことで、生徒の未定着な部分を補完してい
きたい。

- 1、対頂角の性質から角度を求める問題…………… 9 2 %
- 2、一直線の角が 180 度になることを使い角度を求める問題… 9 2 %
- 3、3本の直線が交っている図から同位角を見つける問題…… 5 7 %
- 4、3本の直線が交っている図から錯角を見つける問題…………… 6 7 %
- 5、平行線の錯角が等しい性質から角を求める問題…………… 4 6 %
- 6、平行線の同位角が等しい性質から角を求める問題…………… 4 6 %
- 7、三角形の2つの内角の値から1つの内角を求める問題…… 7 5 %
- 8、三角形の2つの内角から外角を求める問題…………… 7 1 %
- 9、七角形の内角の和を求める問題…………… 4 2 %
- 10、十五角形の外角の和を求める問題…………… 5 7 %

5 指導について

研究全体テーマ	課題解決の過程において、つなげて考え、根拠を明確にして表現する力の育成
数学における授業づ くりのポイント	単元同士のつながりを意識した単元構成

考える力を育む授業づくり研究会において、数学科では全体テーマを達成するために「単元
同士のつながりを意識した単元構成」を考え授業づくりを行ってきた。各単元での学習を「つ
けたい資質・能力」という視点で捉え直し、複数の単元を通じてその資質能力の育成を図れる
よう授業を構想した。「資質・能力で単元のつながりを考える」ことは新学習指導要領で示さ
れている授業づくりの1つの視点でもある。

本研究では、全国学力学習状況調査の出題の意図や結果から、生徒に付けたい資質・能力を
「式の意味を読み取る力」に焦点化し、その力の育成を「式の計算」、「連立方程式」、「一次関
数」、「図形の調べ方」の各単元で意識して取り組むこととした。事象を数学的に捉え、数量や
数量間の関係を式に表す力と同じように式の意味を読み取る力を伸ばすことは数学における
表現力を深め、広げることになり、数学の活用力を高めていくことにつながると考える。

本単元では、7時間目の多角形の内角の和を求める授業や10時間目の星形五角形の先端の
角の和を求める授業において、「式の意味を読み取り、図とつなげて根拠を明確にする」場面
を設ける。特に10時間目では、「星型五角形の先端の各の和を求める方法」を与えられた式
から考える授業を実施する。星形五角形の中にはこれまで学習したさまざまな図形が存在する。
その図形の性質を使うことによって角の和を求めることができるが、今回は与えられた式から
使われている図形の性質を読み取ることを通して、既習事項を根拠にして問題を解決していく

過程を捉えさせたい。この学習を2節の証明の前に設定することで論証の足掛かりとすることもねらいである。さらに、グループで学び合う場を設定し、生徒同士で考えを深める場としていきたい。

6 指導計画と評価計画（全 18 時間）

時数	学習活動	評価規準(目標)
2	・直線が交わってできる角にはどんなものがあるか、どのような性質があるのかを調べる。	【関】「対頂角は等しい」など、直感的にわかることがらを、進んですじ道を立てて説明しようとしている。 【知】対頂角、同位角、錯角の意味を理解している。
2	・平行線における角の性質について調べる。 ・平行線を用いた角度を求める。	【技】対頂角、平行線の同位角、錯角の大きさを的確に求めることができる。 【知】平行線の性質、平行線になる条件とその違いについて同位角と錯角の関係から理解している。
2	・三角形の内角、外角の性質を調べる。 ・三角形の内角、外角の大きさを求める。	【技】三角形の内角や外角をもとめることができる。 【思】三角形の内角、外角の性質について論理的に推論を進めようとしている。
1	・多角形の内角の性質を調べる。 ・いろいろな多角形の内角の和を求める。	【思】 n 角形の内角の和が $180^\circ \times (n-2)$ になることを帰納的、演繹的に導くことができる。 【知】多角形の内角を求めるいろいろな方法を理解している。
1	・多角形の外角の性質を調べる。 ・いろいろな多角形の外角を求める。 外角の和を用いて、何角形かを求める。	【思】多角形の外角の和が 360° になることを帰納的、演繹的に導くことができる。 【知】多角形の外角の和を求めるいろいろな方法を理解している。
2 / 2 (本時)	・やや複雑な図形の角度を求める。 ・星形多角形の先端の角の和を求めることを考える。	【思】いろいろな多角形の角の求め方について論理的に推論を進めようとしている。 【技】星形五角形の先端の角の和が 180° になることを証明できる。
2	・合同な図形の性質を理解し、線分の長さや角の大きさを求める。 ・三角形の3つの合同条件を見つけて出す。	【知】図形の合同の意味を理解している。 【技】2つの三角形がどんな場合に合同になるかを考え、合同であることを確かめるのに三角形の合同条件を利用しようとしている。
2	・三角形の3つの合同条件を使い、合同な三角形を見つける ・根拠を示しながらすじ道をたてて簡単な証明をする。	【知】証明の意味と必要性、仮定、結論、証明のすじ道について理解している。 【技】すでに正しいことがらを根拠にして、仮定から結論を導く証明のすじ道をまとめることができる。
2	・これまでに学んだ角の性質を証明の根拠として使い、証明する。	【関】図形の性質などを証明することに関心をもち、その必要性和意味を考えたり、証明の方法について考えたりしようとしている。 【知】証明の進め方を理解している。
2	・章の問題や練習問題を解く。	【思】既習事項を問題の解決に活用して考えたり判断したりしている。 【技】用語や記号を使って、表現する技能を身に付けている。

7 本時の指導

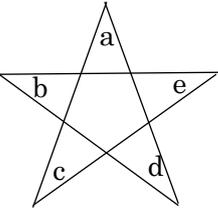
(1) 本時の目標

与えられた式を読み取ることを通して、星形五角形の先端にできる角の和が 180 度になる理由を既習事項を根拠に明確にすることができる。

(2) 本時の視点

- ①星形五角形の先端の角の和が 180° になる理由を式と図と既習の性質をつなぎ考えることができたか。
- ②全体交流の場での学び合いを通して、個人の考えを深めることができたか。

(3) 指導過程

	学習活動	発問(○) 指示(●) 予想される反応(・)	指導上の留意点(・) 評価(◎)
導入 10 分	1 既習のブーメラン型の性質を使って星形五角形の先端の角の和を求める(個人) 	●星形五角形の先端にできる角の和は何度になるでしょうか今まで学習してきたことを使って求めましょう。 ○どんな性質が使えるそうか、ひらめいた人はいますか？ ・ブーメラン型の性質を使う。 ・三角形の内角の和を使う。 ●では、ブーメラン型の性質と三角形の内角の和を使って考えてみましょう。 ●解けた人は発表してください。 ○考え方は分かりましたか。ブーメラン型の性質のほかにどんな図形の性質を使っていましたか？ ・対頂角の性質 ・三角形の内角の和が 180° になること ●今の考え方を式にすると $(\angle a + \angle c + \angle d) + \angle b + \angle e = 180$ と表すことができます。 ●今日は星形五角形の先端の角の和が 180° になる理由を様々な式から読み取りましょう。	・生徒からブーメラン型の性質が使えるそうだという言葉を引き出す。 ・ワークシートには、考え方が分かるように記入することを意識させる。 ・使われている既習の性質を全体に問い返し確認する。 ◎既習事項(ブーメラン型、対頂角、三角形の内角の和)を根拠に考えているか。図の記入状況から評価する。 ・図と式を使い考えが分かるように記載する方法の例を示す。
	課題 星形五角形の先端の角の和が 180° になる理由を式から読み取ろう。		

<p>展開 35分</p>	<p>【問題】 AさんとBさんとCさんがそれぞれ180°になる理由を次のような式を作って求めました。 $A \rightarrow \angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d) = 180^\circ$ $B \rightarrow 180^\circ \times 5 - 360^\circ \times 2 = 180^\circ$ $C \rightarrow 180^\circ \times (5 - 2) - 360^\circ = 180^\circ$ 3人の作った式の中から1つ選んで、式を読み取り、使った図形の性質を明らかにしましょう。</p>	
<p>(発表10分)</p>	<p>4 3つの式から1つ選んで考える。 (個人→複数)</p> <p>5 全体交流</p> <ul style="list-style-type: none"> ●3人の式のプリントを渡します。1つ選んで解きなさい。 ●分からないところを聞きたいという人は移動して教えてもらっても構いません。 ●Aさんの考え方から発表してもらいます。発表できる人は手を挙げてください。 <ul style="list-style-type: none"> ・この三角形の外角がここで、この角は$\angle c + \angle e$になります。 ・三角形の外角の性質を使っています。 ・三角形の外角の性質を2回と三角形の内角の和の性質を使っています。 ●Bさんの考え方を発表してください。 <ul style="list-style-type: none"> ・180°は五角形の周りにある小さな三角形5個分の内角の和です。 ・360°は真ん中の5角形の外角の和です。 ・なぜ360°に2をかけているのかわかりませんでした。 ・360°が2倍になっているのは、真ん中の5角形の外角の和2組分という意味だと思います。 ・Bさんは、三角形の内角の和と五角形の外角の和を使って考えています。 ●Cさんの考え方を発表してください。 <ul style="list-style-type: none"> ・まず五角形を作って内角の和を考えました。 ・$180 \times (5 - 2)$は五角形の内角の和です。 ・いらぬ部分の2つの角をたすと外角 	<p>◎式から既習の性質を捉えようとしているか。 ワークシートの記入状況から評価する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・Aさんをレベル1、Bさんをレベル2、Cさんをレベル5として難易度を示す。 ・プリントを色別にし、誰がどの式を考えているかを明確にする。 ・手が上がらないときは指名する。 ・説明の後、解決できなかった生徒に理解できたか確認する。 ・解けなかった生徒が一方向的に説明を聞くだけにならないよう、式のどの部分の意味が分からなかったのかなど、分からなさを発表させ、解決できた生徒とうまくつなぎながら、学びが深まるよう支援する。 ・解決できた生徒がいない場合は、途中の分かったところまで発表させ、残りは家で自分の力で解決するように促す

		になります。 ・ 360° は五角形の外角の和です。	
振 り 返 り 5 分	6 振り返り	<ul style="list-style-type: none"> ●今日の授業を振り返り、わかったこと、思ったことを書きましょう。 ●振り返りを発表してください。 ・習った図形の性質を組み合わせると解決できることが分かった。 ・複雑な図形の中に今まで学習してきた図形を見つけ、その性質を使えば、難しい部分の角度も求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りの視点を明確にして記述させるようにする。 ・よい振り返りを発表させることで、振り返りの質の向上を図る。 ◎既習事項を根拠に、推論を進める過程が捉えられているか、振り返りの内容から評価する。

8 成果と課題

<視点1について>

- 3つの式を提示しレベル分けをし、そこから自分で選ぶことで問題を解く意欲が高まった。
- 既習事項の図形の性質を黒板に貼っていたことで、既習事項を使って考えることができた。
- 解くときに使った図形の性質を書くことで、次の証明につなげることができた。
- ▲生徒の発表を聞いても、星形五角形の中にある求めたい図が見えない子がいるので、色付き透明シートを使うなどの工夫が必要。
- ▲導入からつまずいていた子もいて、もう少し事前に練習が必要だった。

<視点2について>

- 「どうして？」や「ここまでできたんだけど…」というような深い学びにつながる会話があった。
- プリントを色分けしていたことで自然な形でスムーズに交流していた。
- ▲自分から他の人に関わりに行けない子がいた。
- ▲たくさんのグループがあって見取りが難しかった。

第2学年 数学科学習指導案

米沢市立第五中学校
教諭 石黒 修平

1 単元名 式の計算

2 単元目標

- (1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字式で表現したり、意味をよみとったりすることに関心を持ち、一般的な説明をしようとする。(数学への関心・意欲・態度)
- (2) 帰納や類推によってとらえた数量及び数量の関係を、文字式を用いて簡潔かつ一般的に表現できること、一般的な説明ができることに気付き、一般的に考察することができる。(数学的な見方や考え方)
- (3) 事象を文字を使って表現したり、文字式が意味することをよみとったり、一般的な説明をしたりすることができる。(数学的な表現・処理)
- (4) 具体的な場面で、数量を表す式をきまりに従って変形したり、関係を表す式を目的に合うように変形したりすることの意味と仕方を理解している。(数量や図形などについての知識・理解)

3 教材について

第1学年では、正負の数を用いて数量やその関係を表すことを学習している。そして、文字を用いても同様に表すことができることや、式に表現したり式の意味を読み取ったりすること、さらに文字を用いた式が、数の式と同じように操作できることを学習している。また、1つの文字についての一次式の加法と減法を取り扱い、一元一次方程式を解くことも学んでいる。

中学校学習指導要領では、第2学年では第1学年で学習したことを基に、「文字を含む整式の四則計算ができるようになることや、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え、事象を文字を利用して説明できることを理解し、文字を用いて式に表現したり、式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式を活用する良さを実感することをねらいとする」とされている。本単元では、続いて学習する連立二元一次方程式「図形」「関数」の領域の内容などとの関連にも留意していく必要があるため、代入しやすい形にしたり関数の形に変えたり、式変形の目的を常に意識して指導していくことが重要となる。また、文字を用いて、筋道を立てて説明することは、数学的な推論を行ううえで、欠くことができないものであると考える。

4 生徒について

全体として落ち着いた態度で真面目に学習に取り組もうとする生徒が多い。発言は多くないが、学習の中心となる生徒がおり、教え合いや学び合いは効率的に行われている。

グループ活動は数学の時間に限らず、道徳や学級活動でも多く取り組んでいる。全員でより良い意見を出そうとする姿が見られるようになってきた。しかし、自分の考えが持てず、意見交流に参加できない生徒もおり、全員で参加しようとする意識はまだ低いように感じる。今後、数学の授業や様々な場面で指導し、学級全員の意見が反映されるような話し合い活動にしていく必要がある。

数学に関するアンケートを実施したところ、以下のような結果だった。

	好き	どちらかといえ ば好き	どちらかといえ ば嫌い	嫌い
数学は好きか	7	10	6	5
数学の授業は好きか	10	11	6	1
計算分野	11	7	5	5

関数分野	5	9	8	6
図形分野	7	3	11	7

数学は好きだが、関数や図形分野に苦手意識を持っている生徒が多い。また、昨年のテスト結果と今年度の振り返りのテスト結果から、文字式が数式を一般化しており、文字式を用いることで、すべての数を代用した説明ができるという文字式の良さに気付けない生徒が多い。さらに、事象中の数量の関係を文字を使って説明することについては、文字式への表現やその処理につまずいたり、文字式の意味をとらえきれなかったりする生徒が多数いると考える。

5 指導にあたって

本単元では、式変形の目的を意識できるよう指導していくことが大切である。そこで、等式の性質の復習を行い、移項だけの変形や、両辺を同じ数でわったり、同じ数をかけたりする一次方程式の復習も必要となる。十分に習熟できていない生徒には、表や式、図、ヒントカードなどを用いて、等式の変形の過程を確認しながら進めていくことで、生徒の思考の手助けとなる手立てをとっていきたい。また、見出した数の性質を演繹的に説明するための文字式の表現のあり方を大切にしていきたい。そのために、帰納的な「どのような共通点があるか」という視点、演繹的な「何を文字式で表せばよいか」「どんな式に表せるか」という視点を持つよう授業の中で繰り返し指導する。

基礎学力の差が大きいことから、数学が苦手な生徒への学習支援も必要になってくる。そこで、教員の個別指導による支援に加え、単元を通して計画的にグループ学習を取り入れ、教え合う機会を設けることで、数学が苦手な生徒へのサポートも行っていきたい。

6 単元の指導と評価の計画

	学習活動	【評価の観点】 評価基準(評価方法)
1 2 3	式の加法、減法 ・文字式に関する用語を理解する。 ・多項式の加法と減法の計算をする。	【知】 単項式や多項式などの用語の意味を理解することができる。(学習プリント) 【技】 多項式の加法、減法の計算が手際よくできる。(演習問題)
4 5	いろいろな多項式の計算 ・多項式の乗法、除法を理解し、計算する。 ・式を簡単にしてから代入し、式の値を求める。	【技】 多項式と数の乗法、除法の計算や式を簡単にしてから式の値を求めることができる。(演習問題)
6 7	単項式の乗法、除法 ・単項式どうしの乗法、除法の計算をする。 ・乗除の混じった単項式の計算をする。	【技】 単項式どうしの乗法、除法の計算や乗除の混じった計算が手際よくできる。(演習問題)
8 9 10 11 本時	文字式の利用 ・2けたの数で、もとの数と十の位と一の位を入れかえた数の和についてきまりを見だし、文字式を用いて説明する。 ・条件を変えて予想し、予想が成り立つ理由を説明する。 ・奇数と奇数、偶数と奇数の和を文字式を用いて説明する。 ・目的に応じて等式を変形する。 ・倍数の判定方法を、文字を使って説明する。	【見】 数量の関係や数の性質を予想し、文字式を使ってその過程を説明することができる。(学習プリント) 【技】 数量の関係を文字式に表したり、目的に応じて等式を変形したりすることができる。(学習プリント) 【関】 文字式を用いて、事象を一般的に表現しようとしている。(話し合いの様子)

7 本時の指導

(1) 目標

- ・整数の倍数の関係に関心を持ち、倍数の判定方法を見出そうとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・具体的な数字から推測し、倍数の判定方法を見出すことができる。また、結論を導くための式変形に着目し、文字を用いた式を使って説明することができる。
(数学的な見方や考え方)

(2) 指導過程

学習活動、[○]主な発問、[・]期待する反応	[・]指導上の留意点、[☆]評価 (方法)
<p>1 8つの整数が、何の倍数か考える。</p> <p>◇220, 513, 485, 836, 957, 312, 791, 158 の8つの整数がある。2の倍数、5の倍数、3の倍数であるものをそれぞれ選ぼう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・2の倍数は220, 836, 312, 158 ・5の倍数は220, 485 ・3の倍数は513, 957(312) <p>○実際にわり算をせずに、2の倍数、5の倍数を見分ける方法はないか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・2の倍数は1けた目が偶数である。 ・5の倍数は1けた目が5の倍数である。 ・5の倍数は1けた目が5か0である。 	<ul style="list-style-type: none"> ・実際にわり算を行うことで確認をする。 ・312が2の倍数であることから、3の倍数として選択されないことが予想される。 ・倍数を見分ける方法を自分なりの言葉で記入させる。 ・3けたの整数だけでなく、4けた、5けたとなっても同様であることを確認する。
<p>2 3の倍数の判定方法を見つける。</p> <p>○実際にわり算をせずに、3の倍数を見分ける方法はないか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・わからない ・3つの数を全て足し、3の倍数になるもの。 	<ul style="list-style-type: none"> ・教員が3の倍数になるかならないか、他の整数で実演する。 ・グループ活動を用いて、アイデアを出しやすいようにする。 ・実際にわり算をする以外に分からない場合は、下のような視点をヒントカードを用いて提示する。 ①各位に数字に注目する。 ②各位の数字の合計に注目する。 例：513→9、957→21、312→6 (3の倍数) 220→4、485→17 ③各位の数を足す。 ☆各位の数字を足すと3の倍数になることを理解することができる。(学習プリント)
<p>課題：各位の数字の和が3の倍数となる整数は、3の倍数であることを文字を使って説明しよう</p>	
<p>3 3の倍数の判定方法を文字式で説明する。</p> <p>○各位の数の和が3の倍数となる整数は、3の倍数であることを、文字式を用いて説明しよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ヒントカードを配る。 ④2の倍数の見分け方の説明 ⑤5の倍数の見分け方の説明 ①～⑤のヒントカードは学習の実態にあわせて提示する。 ・グループ活動にするが、他の班との交流も行って良いこととする。 ・2の倍数、5の倍数の説明と異なる点に注目するように指導する。

	<ul style="list-style-type: none"> ・文字を使った式で表すと $a+b+c=3n$ ($a+b+c$ が 3 の倍数) となることを確認する。 ・ $100a+10b+c$ の式から $a+b+c$ を取り出すことを促す。 <p>☆各位の数字の和が 3 の倍数の整数は、3 の倍数となることを文字を使って説明することができる。(学習プリントと話し合いの様子)</p>
<p>4 授業の振り返りとして、授業で気づいたことや文字式の良さについてまとめる。</p> <p>◇今回の単元で気づいたことや、文字式の良さを書いてみよう。</p>	

8 成果と課題

- 生徒が一生懸命考えることができた。学習課題の難易度が高かったためだと考えられる。深い学びへ導くためには学習課題の難易度も十分に考えていく必要があるとあらためて感じることもできた。
- 文字式を用いて、根拠を明確にすることが本単元の目標の1つであったが、その良さを実感しづらい分野でもあった。そこで、ヒントカードを用いることで、生徒が意欲的に取り組むきっかけとなった。生徒の実態に応じて使用していきたい。
- 本来は「1けた目が偶数である整数が2の倍数であることを説明しなさい。→説明を書く」の順に進むが、今回は「1けた目が偶数である整数が2の倍数であることを説明を読み取りなさい」という逆思考の課題を取り入れた。数学が苦手な生徒にとっては考える材料となり、意欲の向上が感じられた。
- ▲式の変形するとき、 $100a$ を $99a+a$ とみることができず、結論まで到達することができなかった。前時もしくは単元の中に、組み込んでいく必要があった。
- ▲1時間で帰納的な見方と演繹的な見方を両方扱うことは時間が足りなかった。2時間扱いにする必要がある。2時間扱いにすることで、上記の見方も補足することができると考えられる。
- ▲今回はヒントカードが有効と考えられたが、生徒の思考を誘導してしまう可能性もある。使用するときは十分に内容の検討が必要である。