

第3学年4組 数学科学習指導案

平成29年11月21日(火)

男子14名 女子13名 計27名

指導者 横澤俊彦

1 単元名 円の性質

2 目標

- (1) 円周角と中心角に関心をもち、それらの関係や性質を見い出したり、その証明にどのような図形の性質が用いられているのかを考えたりしようとしている。 【数学への関心・意欲・態度】
- (2) 円周角と中心角の関係や、同じ弧に対する円周角の性質を見い出すことができる。 【数学的な見方や考え方】
- (3) 円周角と中心角の関係や同じ弧に対する円周角の性質などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 【数学的な技能】
- (4) 円周角の意味、円周角と中心角の関係及び、同じ弧に対する円周角の性質の意味を理解している。 【数量・図形についての知識・理解】

3 指導にあたって

(1) 単元について

三角形や四角形の性質に比べて、円の性質はこの単元ではじめて知るものである。これまでの論証指導は、例えば三角形の内角の和や平行線の性質を始め、三角形の合同条件や相似条件を利用するものがほとんどだった。それに対し、円周角と中心角の関係は内角と外角の性質、二等辺三角形の性質などで根拠を示すので、新しい感覚で証明することができる単元といえる。また、同じ弧に対する円周角が等しいという関係は、円周角や弧の位置関係によっては直感的に等しいととらえにくいことがある。そこで、観察、操作などを重視することにより、円周角と弧や中心角の関係の理解を深め、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばすことをねらっている。

(2) 指導について

生徒にとって、円周角の定理の内容は初めて出会うものである。それゆえ、観察、操作や実験などの活動を通して、新しい発見の喜びを生徒が味わえるようにさせたい。単元全体の導入では、観察、操作などの活動を通して、見いだしたことがらを一般的にしながら円周角の定理に相当する内容を推測し、その特別な場合については論理的に確かめることができるようにさせたい。間違いを恐れずに、自分の考えをみんなの前で発表できる生徒を目指すため、ペアで考えを話し合う場面や考えを発表する場面などを授業で多く取り入れる。自分の考えだけでなく、周りの考えも聞いて、良いものを自分の新しい考えとしてまとめることができるようにするため、多様な考えを出し合える場を設ける。考えを出し合う場面で深まった考えを評価問題などで活用させていく。

4 指導計画(8時間扱い 本時は1時間目)

観点別評価の項目

- 1 数学への関心・意欲・態度 2 数学的な見方や考え方
3 数学的な技能 4 数量や図形などについての知識・理解

時数	学 習 活 動	観点別評価				評 価 規 準
		1	2	3	4	
1 (本時)	○円周角を理解し、作図などの操作活動により、円周角の定理を見つけ出すことができる。また、印をつけて定理が成り立つ理由を説明することができる。	○				・分度器、定規を使った操作活動の中から、円周角の性質を発見しようとする。
			○			・図形の性質を使って、1つの場合の円周角の定理が成り立つ理由を説明することができる。
2	○円周角の定理を証明することを知り、図を使って説明する。 ○円周角の定理を使っている色々な角度を求める。		○			・図形の性質を使って、円周角の定理を証明し、説明することができる。
				○		・円周角の角度を求めることができる。
3	○4点と同じ円周上にあるかどうか予想をし、それが正しいかどうか確かめる。		○			・台形の上底（下底）と平行な線分の長さの求め方を見出し、説明することができる。
				○		・台形の上底（下底）と平行な線分の長さを求めることができる。
4	○演習問題					
5	○地図を使って宝物がある場所をさがすために、どこに円の性質が使われ、どんな手順でさがせばよいか考える。		○			・円周角の定理を使って考えることができる。
				○		・円外にある1点を通るその円の作図など、円の性質を利用した作図ができる。
6	○図から相似な三角形を見つけだし、それを証明する。		○			・円の性質を用いることで図形の性質などを考えることができる。
					○	・拡大図・縮図について理解している。
7	○円に内接する星型の先端の5つの角を、それぞれ円周角の定理にあてはめ、円周角と中心角の関係を見つけだす。	○				・円の性質を用いて、星型の先端の5つの角の和を求めようとしている。
			○			・星型の先端の5つの角の和の求め方の説明ができる。
8	○演習問題					

5 研修テーマ

「わかる」「できる」を実感できる授業の創造
～生徒の新たな気づきを生み出す授業づくり～

【取り組みの重点】

- ① 生徒の興味を引き出し、解決意欲を高める課題設定。
- ② 意欲的な学びを生む手立て。
- ③ 学びの足あとの残る「振り返り」の設定。

【本時に関わって】

重点①について

☆生徒が関心をもち、意欲的に取り組める課題の工夫

- ・観察、操作などの活動を通して、円周角の新しい発見の喜びを実感させる。
- ・解く見通しをもたせることにより、意欲的に問題に取り組ませる。

重点②について

☆生徒の疑問や悩みを活かした交流の工夫

- ・自分で考える時間の後に、ペアで疑問や悩みを教え合うことでお互いに理解を深める。
- ・わかる生徒からヒントを言わせ、解決への糸口をつかませる。

重点③について

☆一人一人の変容が見える振り返りの工夫

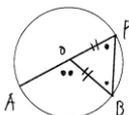
- ・授業の終末にチェックテストを行い、今日の授業がわかったという実感を高める。
- ・わかったことやまとめ、感想などを発表させ、本時の振り返りを行う。

6 本時の指導

(1) 目標

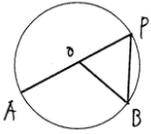
作図などの操作活動により、円周角の定理を予想し、定理が成り立つ理由を、半径と重なる場合について、根拠を示しながら印をつけて説明することができる。

(半径と重なる場合)



(2) 指導過程

段階	学 習 活 動 (時間)	○主な発問 ◇指示 ・予想される生徒の反応	※留意点 ◎支援 ☆評価
導入 5分	<p>1 本時の学習課題を把握する。</p>	<p>◇今まで中心角や面積、弧について学んできましたが、今日は円の秘密について考えようと思います。</p> <p>○円周角はどのような秘密があるのでしょうか？</p>	<p>※様々な角と比較しながら、円周角の定義を確認する。</p> <p>※単元を見通し、円外と円内の角についても触れながら、円周角に焦点化する。</p>
	<p>めあて</p> <p>弧ABの円周角$\angle APB$の大きさについて、どんな秘密があるだろうか？</p>		
展開 35分	<p>2 円周角について、気づいたことをまとめる。</p>	<p>◇学習プリントの円周上の点を結んで円周角をつくってみましょう。</p> <p>◇これらの図について、中心角と円周角を測ってみましょう。</p>	<p>※様々な円周角を作図し、比較しながら性質を予想させる。</p> <p>※円周角を50°にする。</p>

	<p>3 図に印をつけて説明をする。</p> 	<p>○円周角についてどんなことがいえそうですか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・弧ABの円周角の大きさは、どこをとっても等しい。 ・円周角の大きさは中心角の半分になる。 <p>○この6つの円をよく見ると仲間分けができないかな？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・半径と重なっているタイプ ・ブーメランタイプ ・半径と交わるタイプ <p>○パッと見て円周角は中心角の半分になると説明できそうなのはどれですか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(半径と重なるタイプ) これです。 <p>◇みなさんに説明するためのヒントをください。・二等辺三角形・小旗</p> <p>◇今日は、きちんとした証明はしないで、印をつけて、その理由を説明することだけやります。それではこの場合について、角度を測らずに円周角は中心角の半分になる理由を印をつけて説明しましょう。</p> <p>◇隣同士説明をしてみよう。</p> <p>◇全体で発表をしてください。</p>	<p>◎自分で考える時間の後に、ペアで話し合い、疑問を解決させる。</p> <p>※直感的に解ける見通しをもてそうな形を探させる。</p> <p>◎証明をするにあたって二等辺三角形に気付かない生徒の悩みを拾い上げ、全体に質問し、解決させたい。</p> <p>※今回の証明は図に印をつけて説明をする。記号を書いて証明することは次回行う。</p> <p>※ペアでお互いに説明させ、全体で自信をもって発表させたい。</p>
<p>終末10分</p>	<p>4 確認テストをする。</p> <p>5 振り返りを行う。</p>	<p>◇チェックテストで解けるか確認をして下さい。</p> <p>◇今日の授業の感想を発表して下さい。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・次回は他の場合についても証明してみましよう。 	<p>※チェックテストは全員が解けるようにさせたい。</p> <p>☆円周角の定理を、印により説明することができたか。また、その根拠を指摘できたか。</p> <p>※本時でわかったことやまとめ用語などを用いながら発表させたい。</p>

成果 (○) と課題 (▲)

○教具や学習プリントの内容を工夫したため、生徒の理解に繋がり、円の性質に対する興味・関心を高めることができた。

○振り返りの時間を設けたことにより、本時の内容を通して自分が理解したことをまとめることができた。これからも継続して行うこと大事だと感じた。

▲発問をさらに工夫していくことが、生徒の混乱を招かずにスムーズに

▲生徒がじっくり考える時間を保障するために、1時間の中で省く部分の精選をさらに行う必要がある。

第3学年数学科指導案

米沢市立第四中学校 渡部容平

1 単元名 「相似な図形」
(題材名 三角形の相似条件を考える)

2 目標

- (1) 様々な事象を相似な図形の性質でとらえたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。
〈数学への関心・意欲・態度〉
- (2) 相似な図形についての基礎的・基本的な知識や技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。
〈数学的な見方や考え方〉
- (3) 相似な図形の性質、三角形の相似条件などを記号や用語を用いて簡潔に表現したり、相似な図形の性質を活用して線分の長さを求めたり、図形の面積や体積などを求めたりするなど、技能を身に付けている。
〈数学的な技能〉
- (4) 相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比及び体積比の関係などを理解し、知識を身に付けている。
〈数量や図形などについての知識・理解〉

3 題材について

基本図形である三角形を取り上げ、それらがどのようなとき相似になるのかを考えることを主題とする。与えられた三角形と相似で、相似比が1:2の三角形を出来るだけ少ない条件でかかせ、3種類のかき方を見つけ出していく。三角形の決定条件のそれぞれに対応するかき方を通して、三角形の相似条件を導き、まとめる。

今後の学習では、これまで証明の根拠としてきた「平行線の性質」や「三角形の合同条件」などに「三角形の相似条件」を新たな証明の根拠に加え、明確な根拠にもとづく論理的な考察が中心となる。三角形はどのようなときに相似になるのかという基本的な考えをこの題材でしっかりとおさえ、今後の学習につなげていきたい。

4 研究テーマ

「わかる」「できる」を実感できる授業の創造
～生徒の新たな気づきを生み出す授業づくり～

【取り組みの重点】

- ①生徒の興味を引き出し、解決意欲を高める課題設定。
- ②意欲的な学びを生む手立て。
- ③学びの足あとの残る「振り返り」の設定。

【本時に関わって】

重点①について

はじめに辺の長さや角の大きさが書いていない複数の三角形を示し、相似な三角形を見つけられない理由を考えさせることで、相似条件を考えることに必要感が生まれ、解決意欲が高まるのではないかと考える。

重点②について

ある三角形を与え、その三角形と相似な三角形を出来るだけ少ない条件でかく操作活動を仕組むことで、辺や角度に興味を持ちながら取り組めるようにする。また、書いた図形をパソコンに取り込み、画面上でもとの図形を拡大させた図形と重ねることで、相似な三角形がかけたという実感を持たせられると考える。

重点③について

授業の最後に、「わかったことや疑問に思ったこと」などを振り返りシートに書き、学習の積み上げが目に見える形に残す。

5 本時の指導

(1) 目標

- ・与えられた三角形と相似な三角形をかこうとしている。 〈数学への関心・意欲・態度〉
- ・三角形の相似条件の意味を理解することができる。 〈数量や図形などについての知識・理解〉

(2) 指導過程

学習活動	○発問 ◇指示 ・予想される反応	※指導上の留意点 ☆評価 ◎支援
1 相似な三角形が見つけれない理由を考える。	○相似な三角形が見つけれない理由は何ですか。 ・辺の長さがわからないから ・角の大きさがわからないから ・相似になる条件を知らないから	※辺の長さや角の大きさがわからなければ相似かどうか判断できないこと、また全ての辺の長さや角の大きさはわからなくても相似かどうか判断できることを確認する。
2 課題を設定する。	【学習課題】 三角形の相似条件は何か考えよう。 ○相似条件を考えるにはどうしたらよいか。 ・わからない。 ・少ない条件で相似な三角形をかく。	※2年時で合同条件を導いたときのことを想起させる。
3 $\triangle ABC$ と相似な $\triangle DEF$ をかく。	◇ $\triangle ABC$ と相似で、相似比が1:2になる $\triangle DEF$ を、出来るだけ少ない条件でかいてください。 ・3つの辺の長さを使ってかく。 ・2つの辺の長さ、その間の角を使ってかく。 ・1つの辺の長さ、その両端の角の大きさを使ってかく。 ・かけない。	※EFを指定することで、かく位置を限定し合同条件とのつながりも見えるようにする。 ☆与えられた三角形と相似な三角形をかこうとしている。 ◎教師が辺の長さや角の大きさを1箇所示し、その先を考えさせる。
4 黒板で実演した後、画面上で相似になっているか確認する。	◇黒板で実演してください。 ◇画面を見てください。	※生徒のプリントをデジカメで撮影し、パソコンに取り込み、生徒が画面上で自由に拡大できるようにする。
5 相似条件をまとめる。	◇以上のことから三角形の相似条件をまとめます。	
6 相似条件にあてはまる三角形を見つけ、実際に相似になっているか画面上で確認する。	○はじめの三角形で相似条件にあてはまる三角形はどれですか。 ◇画面上で確かめてみましょう。	☆三角形の相似条件の意味を理解することができる。 ◎一組を例として取り上げ、相似条件にあてはまるとはどういうことを示す。 ※生徒が画面上で自由に拡大できるようにする。
7 振り返りをする。	◇今日の学習の振り返りを書きなさい。	※わかったことや疑問に思ったことなどを記入させる。

6 成果 (○) と課題 (▲)

○導入部分を工夫したことで、生徒とのやり取りの中で課題設定をすることができ、その後の学習意欲につながった。また、パソコン上で自分の図形を自由に動かせたことは、相似の確認に有効だった。
▲操作活動から相似条件を導くことと相似条件を使うことを、1時間の授業で求めることは難しかった。辺の長さを簡単にするなどの手立てが必要だった。

第2学年数学科指導案

飯豊町立飯豊中学校 小林邦弘

- 1 単元名 「図形の性質と証明」
(題材名 二等辺三角形を組み合わせてできる図形から見出せる性質を説明する)

2 目標

- (1) 作図した図形の性質について関心をもち、根拠を明らかにして説明しようとする。
【数学への関心・意欲・態度】
- (2) 二等辺三角形を組み合わせた図形の性質を見出し、その性質を論理的に考察することができる。
【数学的な見方や考え方】

3 題材について

「図形の調べ方」を学習後の、「三角形・四角形」の単元に係る題材である。2つの二等辺三角形を組み合わせることによって、『新たにできる三角形が直角三角形になること』を説明することを課題とし、根拠を示しながら明らかにすることを目標とする。

その中で、図形領域の学習の大きなねらいのひとつである「演繹的な推論の仕方を理解する」ことにつなげていきたい。本時の課題は、「二等辺三角形の2つの底角が等しい」と「三角形の内角の和は 180° である」ことで説明が可能であるが、その他にも「三角形の内角と外角の性質」や「円周角の定理」を用いて解決することも可能である。さらには図形の移動や座標軸を用いて考察していくことも考えられる。学年や領域をまたいで考察することも可能な発展性のある題材であると考えられる。

特別な図形に見出される数学的な美しさや不思議さを味わうことのできる題材を通して学習意欲を高めたい。

4 研修テーマ

数学の「わかる」「できる」を実感できる授業の創造
～生徒の新たな気づきを生み出す授業づくり～

【取り組みの重点】

- ① 生徒の興味を引き出し、解決意欲を高める課題設定。
- ② 意欲的な学びを生む手立て。
- ③ 学びの足あとの残る「振り返り」の設定。

【本時に関わって】

重点①について

本時で取り上げる図形について、直角三角形になることは、視覚的に容易に捉えることができる。しかし、なぜそうなるのかは自明ではないため、その根拠を明らかにすることに興味を持って取り組むのではないかと考える。

重点②について

自分で考える時間の後に、ペアまたはグループで説明し合う場を設ける。その際に、根拠の適切さや簡潔で分かりやすさに目を向けさせて自他の説明を比較することにより、考えの広がりや深まりが得られるようにする。

重点③について

授業の最後に、「わかったこと(できたこと)や疑問が残ったこと」、「これまでの学習とのつながり」、「交流場面で学んだこと」などを自分の言葉で記録する。書かれた内容を踏まえ、数名分を次時に全体で紹介する。

5 本時の指導

(1) 目標

二等辺三角形を組み合わせてできる三角形が直角三角形になることを見出し、既習の学習事項を根拠にして直角となることを説明することができる。

(2) 指導過程

学 習 活 動	○発問 ◇指示 ・予想される反応	※指導上の留意点 ■評価 ◎支援
1 条件に合う三角形をフリーハンドで作図する。	◇ $AB=AC$ となる二等辺三角形をかきなさい。 ◇ AB の延長線上に、 【例】 $AC=AD$ となる二等辺三角形をかきなさい。 点Dと点Cを結びなさい。	※教師も途中まで黒板に図示し、作図の全容を把握させる。 ※時間の短縮と不確かさの要素を残すため、コンパスを使わずに作図させる。
2 課題を設定する。	○できた三角形について、どのようなことがいえそうですか。 ・直角三角形になる ○いつでも直角三角形になるといえそうですか。 ・いえる	※生徒同士でお互いの図を確認するなかで、直角二等辺三角形となることに気付かせる。 ※それぞれが作図した三角形が異なることに触れ、一般化できそうであることに気付かせる。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 【学習課題】 ○三角形BCDが直角三角形($\angle BCD=90^\circ$)となることを、根拠を明らかにして説明しよう。 </div>		
3 課題を解決する。 (根拠を明らかにする)	○どのような考えを使うと、課題が解決できそうですか。 ・二等辺三角形の2つの角は等しいこと ・三角形の3つの角の和は 180° であること ・三角形の内角と外角の関係を用いる ◇直角三角形になる理由を考えなさい。	※「根拠を明らかにして説明」について、(計測の結果ではなく)図形の性質をもとにして考えていくことと確認する。 ※解決につながりそうな既習事項を確認し、解決の見通しをもたせる。
(理由を説明する)	◇説明を文章で完成させなさい。 【説明例】 三角形ABCは二等辺三角形なので、 $\angle B = \angle ACB$ 同様に、 $\angle ACD = \angle D$ 三角形の3つの角の和は 180° で、等しい角が2つつあるから、1つつだと 90° になる。 したがって、 $\angle BCD$ は 90° といえる。	※図に印をつける、文字を用いるなど、書き表し方については特に指定しない。 ■直角三角形になる理由を、根拠を明らかにして説明している。 ◎根拠が見出せていない生徒には、等しい角に印をつけさせ、角の和が 180° であることと関連付けて考えさせる。 ◎説明が書けない生徒には、口頭で説明させながら、そのまま文章化するよう指示する。
4 考えを説明し、妥当性を吟味する	◇隣同士で説明をしなさい。 その際、説明を聞いた人は「根拠が明らかになっているか」「わかりやすい説明か」を評価し相手に伝えなさい。 ◇相手の説明を聞いて気付いたり指摘を受けたりしたことについて、必要があれば修正しなさい。	※ペアでの確認を通して、より適切でわかりやすい表現を意識させる。
5 全体で課題のまとめをする	◇説明を発表してください。	※投影機を使用し、学習プリントをそのまま用いて発表できるようにする。
6 振り返りをする	◇今日の学習の振り返りを書きなさい。	※今日の学習で分かったことや感想等を記録させる。

6 成果(○)と課題(▲)

○課題に対して興味を示すとともに、他者の考え方にも納得や驚きの反応が多く見られた。

○自力解決ができない生徒も、他の生徒と一緒に考えながら解決しようとねばり強く取り組む姿が多く見られた。

▲課題の図と既習事項とを結びつけられず、解決の見通しが持てない生徒がおり、解決意欲の低下が見られた。

▲学習活動5では説明の内容の確認で精一杯となり、表現の仕方や多様性に着目しきれなかった。